

# Identificación de parámetros de un sistema vibratorio no lineal utilizando algoritmos de IA

## Identification of parameters of a nonlinear vibratory system using AI algorithms

## Identificação de parâmetros de um sistema vibratório não linear utilizando algoritmos de IA

Carlos A. Lara Ochoa, [Carlos.laraoc@gmail.com](mailto:Carlos.laraoc@gmail.com) ORCID 0000-0003-4605-9211

César Guerra Torres, [cguerratorres@gmail.com](mailto:cguerratorres@gmail.com)

Laboratorio de Vibraciones Mecánicas, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás, N. L. México

**Resumen.** En este artículo, se presenta una metodología para la estimación de los parámetros de un lazo de histéresis de un sistema vibratorio con amortiguamiento y rigidez no lineal, usando algoritmos genéticos.

**Palabras clave:** lazo de histéresis, sistema no lineal, algoritmos genéticos, sistema vibratorio

**Abstract.** In this paper, the results obtained in the estimation of the parameters of a hysteresis loop of a vibratory system with damping and nonlinear stiffness are presented, using genetic algorithms.

**Keywords:** hysteresis loop, non-linear system, genetic algorithms, vibratory system

**Resumo.** Neste trabalho, são apresentados os resultados obtidos na estimação dos parâmetros de um laço de histerese de um sistema vibratório com amortecimento e rigidez não linear, utilizando-se algoritmos genéticos.

**Palavras-chave:** laço de histerese, sistema não linear, algoritmos genéticos, sistema vibratório.

### 1. INTRODUCCIÓN

Una parte fundamental para el control de un sistema vibratorio es el amortiguamiento, en el cual la energía vibratoria se convierte en calor o sonido. Este parámetro se puede manifestar por distintos mecanismos de acción entre los que se encuentran amortiguamiento por coulomb, fluido viscoso e histéresis. [1]; teniendo un modelo matemático representativo diferente.

En la práctica, no existe una relación lineal tanto del amortiguamiento como de la rigidez, particularmente cuando las deformaciones son grandes. La rigidez no lineal es causante de la inestabilidad en el sistema debido a la excitación paramétrica, y es típicamente un

sujeto estudiado con la estabilidad de un sistema en vibraciones no lineales [1]

Por su parte, el amortiguamiento interno de los materiales se origina en la disipación de energía asociada a defectos en la microestructura, donde se han empleado varios modelos debido a la amplia gama de materiales de ingeniería, y no hay un solo modelo que pueda representar, satisfactoriamente, las características de amortiguamiento interno de todos los materiales. [2].

Existen diferentes modelos matemáticos para representar el amortiguamiento y rigidez no lineal entre los que destaca el modelo de Bouc-Wen que relaciona la fuerza y deformación mediante una gráfica representativa conocida como lazo de histéresis; este modelo empírico incluye ciertos parámetros que al ser

empíricos se tienen que determinar por medio de experimentación y/o estimaciones. En este trabajo se presenta una metodología basada en Algoritmos Genéticos que permiten estimar dichos parámetros para poder modelar con mejor precisión un sistema vibratorio afín.

## 2. MARCO TEÓRICO

En cuanto a un sistema vibratorio, se pueden identificar dos tipos generales de amortiguamiento interno: amortiguamiento viscoelástico y amortiguamiento de histéresis. Este último término es en realidad un nombre inapropiado, ya que todos los tipos de amortiguamiento interno se asocian con histéresis de lazo (Figura 1). [2]

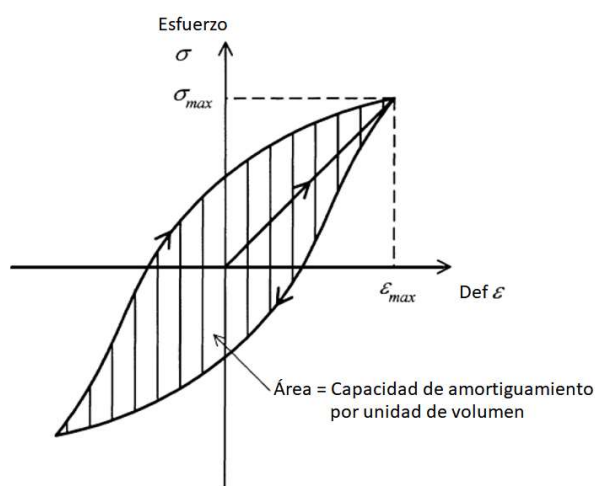


Figura 1. Representación del lazo de histéresis en amortiguamiento.

Como puede apreciarse en la Figura 1, el amortiguamiento de histéresis es un fenómeno altamente no lineal, por lo que ha de suponerse que los sistemas vibratorios con este tipo de amortiguamiento deben poseer modelos matemáticos no lineales.

Con el fin de simular el fenómeno de histéresis, han sido desarrollados algunos modelos matemáticos. Estos modelos se clasifican en dos tipos: (1) basada en el operador (los modelos que utilizan los operadores para caracterizar histéresis) y (2) a base de diferenciales (los modelos que utilizan ecuación diferencial para caracterizar histéresis).

Aun cuando se han estructurado algunos modelos para el fenómeno de histéresis [3], en este trabajo que se ha tomado de referencia el de modelo de Bouc-Wen, es un modelo endocrónico que a menudo se utiliza para

describir los fenómenos de histéresis. Fue introducido por Bouc [4] y se extendió por Wen [5], que demostró su versatilidad al producir una variedad de patrones de histéresis [6].

Debido a su naturaleza altamente no lineal, la identificación de los sistemas de Bouc-Wen constituye un problema difícil que ha sido abordado por una variedad de métodos, tales como Gauss-Newton, Modificada de Gauss-Newton, mínimos cuadrados, Simplex, Levenberg-Marquardt, Filtros de Kalman extendido, métodos de gradiente reducido, Algoritmos Genéticos (AG), evolución diferencial, Leyes de adaptación, etc. [7] [8].

El modelo de Bouc-Wen es definido por el siguiente conjunto de ecuaciones diferenciales, para un sistema de un grado de libertad [9].

$$F_k = k_e x + k_h z \quad (1)$$

$$\dot{z} = A\dot{x} + \beta|\dot{x}||z|^{n-1}z + \gamma|\dot{x}||z|^n$$

Donde  $k_e = \alpha k$ ,  $k_e = (1 - \alpha)k$ , siendo  $k$  la constante de rigidez lineal,  $\alpha$  es la relación de post y pre-cedencia,  $z$  es la fuerza restauradora histerética y  $A, n, \alpha, \beta, \gamma$  son parámetros que regulan la forma del lazo de histéresis.

## 3. METODOLOGÍA

A continuación, se presenta el procedimiento desarrollado para estimar los parámetros  $A, n, \alpha, \beta, \gamma$  del modelo (1). Para lo anterior se hizo uso de un Algoritmo de Inteligencia Artificial perteneciente a la rama de Algoritmos Genéticos conocido como Evonorm [10].

El método tiene su sustento en la similitud ocurrida en proceso evolutivo de la humanidad, específicamente una estructura conocida como cromosoma. Dicha estructura base o cromosoma pueden ser vectores binarios, vectores reales, símbolos e inclusive estructuras más complejas como matrices, listas y árboles [10].

Para respetar la analogía con la teoría de la evolución se trabaja con poblaciones de individuos, es decir, un conjunto de soluciones potenciales todas con una misma representación común (mismo cromosoma) [11].

Es importante considerar que en todos los algoritmos evolutivos siempre se aplican los mismos procesos: Evaluación de todos los individuos de una población, selección de los individuos con los valores de evaluación más alta y generación de nuevos individuos

considerando solamente los individuos seleccionados. Estos tres procesos se aplican sucesivamente hasta que un criterio de finalización sea satisfecho [12], como se indica en la Figura 2.

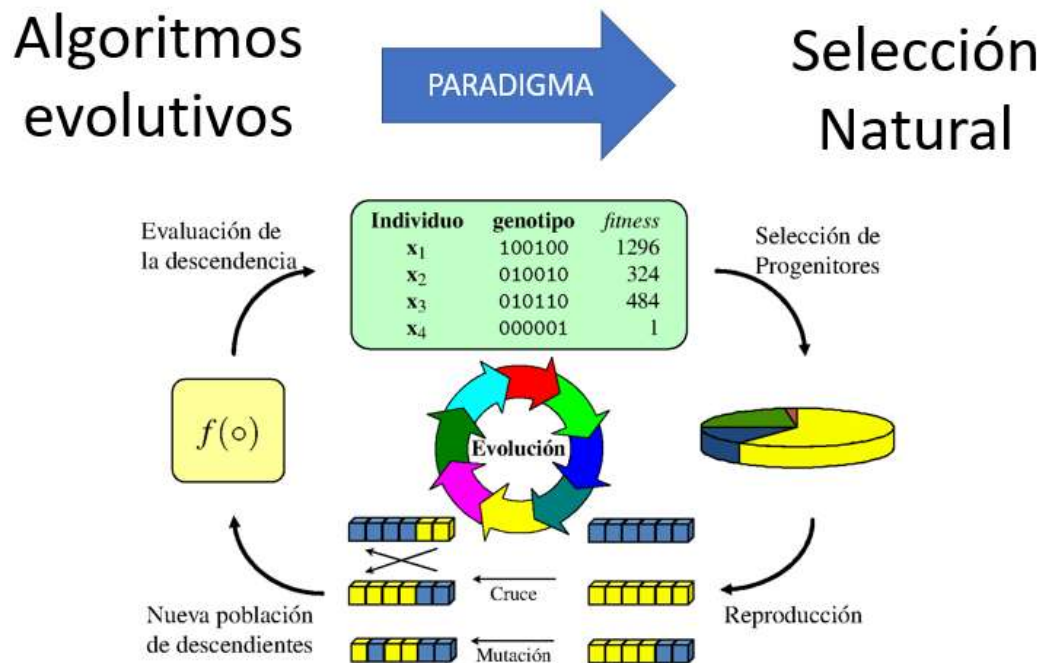


Figura 2. Explicación de un algoritmo evolutivo

Para la evaluación de la descendencia, se utilizó el modelo (1) pero en forma discreta utilizando una aproximación de Euler de primer grado [13], es decir.

$$\begin{aligned}
 F_k &= F_{k-1} + k_e \Delta x + k_h D \\
 D &= A \Delta x + \beta |\Delta x| |z_{k-1}|^{n-1} z_{k-1} + \gamma |\Delta x| |z_{k-1}|^n \\
 \Delta x &= x_k - x_{k-1}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Donde  $F_k$  es el valor de la fuerza en un instante dado y su respectiva deformación  $x_k$ , los cuales son valores que se obtendrán a partir de un lazo de histéresis conocido u obtenido mediante medios experimentales.

#### 4. RESULTADOS

Puesto que el objetivo es estimar los parámetros  $A, n, \alpha, \beta, \gamma$  del modelo (1) y que serán las variables de diseño, mientras que como función objetivo se utilizará el sistema discreto (2), por lo que las variables

de decisión serán  $[F_k, F_{k-1}, x_k, x_{k-1}]$  que son valores conocidos del lazo de histéresis a estimar para cada  $k$  muestra y su anterior  $k-1$  muestra. La selección de estos valores y el número de muestras es importante para eficientizar la corrida del algoritmo, por lo que deben ser estratégicos y minoritarios. Estratégicos porque, para este caso, se selecciono la mitad del lazo tomando como muestras: los extremos, el punto en el cruce con la vertical, así como dos puntos intermedios a los extremos del cruce con la vertical; y minoritarios para no aumentar el costo computacional del algoritmo. El resultado obtenido se muestra en la tabla 1 para diferentes corridas.

En la tabla 1 se pueden observar los valores esperados ( $\alpha=0.1, A=10, n=1.5, \beta=0.7, \gamma=0.6, k=980$ ) mientras que el resto de las filas muestra el resultado de 4 corridas y sus estimaciones.

Por último, en la figura 3 se muestra la convergencia del error del algoritmo mostrando la eficiencia del mismo contra el número de repeticiones por cada corrida.

Alfa	A	n	beta	gama	k	Err
(0.1)	(10)	(1.5)	(0.7)	(0.6)	(980)	
0.094	9.85	1.31	0.88	0.81	998.60	17
0.098	9.99	1.47	0.71	0.66	991.62	16
0.098	10.00	1.49	0.70	0.58	972.41	10
0.097	09.91	1.42	0.76	0.68	989.63	6

Tabla 1. Resultados obtenidos

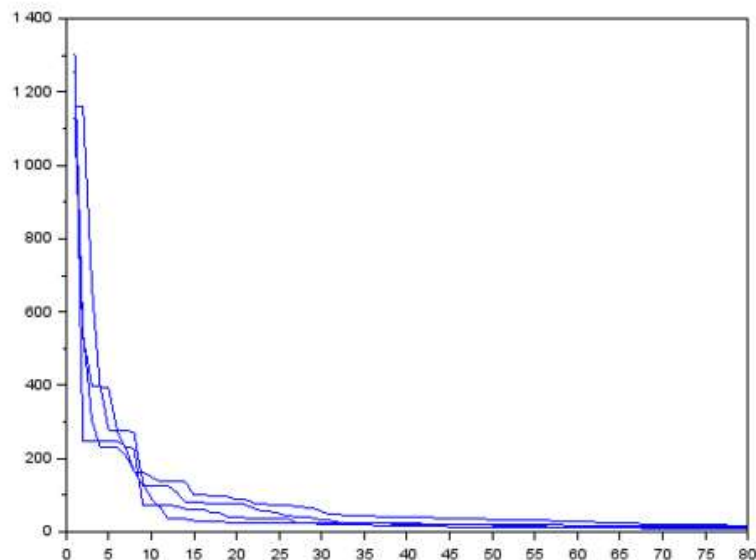


Figura 3. Convergencia del error

## 5. CONCLUSIONES

- Se utilizó un modelo de IA basado en algoritmos evolutivos para estimar los parámetros de un modelo de Bouc-Wen para un sistema vibratorio.
- Como función objetivo se hizo una combinación de la ecuación de rigidez línea y no lineal, con el de Bouc-Wen.
- Para utilizar la ecuación en la función objetivo se discretizó el modelo
- Se utilizó el algoritmo EVONORM como método heurístico para la estimación.
- Los resultados obtenidos mostraron que tanto el modelo utilizado como función objetivo y el algoritmo EVONORM, permitieron la estimación muy aceptable de los parámetros deseados, logrando bajar el error al aumentar el número de corridas.

## REFERENCIAS

- [1] Rao, S. S. (2016), *Mechanical Vibrations* (6ª ed.), Pearson.
- [2] de Silva, C. W. (2019), *Vibration Damping, Control, and Design*, Press.
- [3] Hassani, V., Tjahjowidodo, T. y Do, T. N. (2014). A survey on hysteresis modeling, identification and control. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 49(1–2), 209–233.  
<https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2014.04.012>
- [4] Bouc, R. (1967). Forced vibration of mechanical systems with hysteresis. *Proceedings of the 4th Conference on Non-linear Oscillations*.
- [5] Wen, Y.-K. (1976). Method for random vibration of hysteretic systems. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 102(2), 249–263.  
<https://doi.org/10.1061/jmcea3.0002106>
- [6] Charalampakis, A.E. & Dimou, C. K. (2010). Identification of Bouc–Wen hysteretic systems using particle swarm optimization. *Computers &*

- Structures*, 88(21-22), 1197-1205.  
<https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2010.06.009>
- [7] Charalampakis, A. E., & Koumousis, V. K. (2008). Identification of Bouc–Wen hysteretic systems by a hybrid evolutionary algorithm. *Journal of Sound and Vibration*, 314(3–5), 571–585.  
<https://doi.org/10.1016/j.jsv.2008.01.018>
- [8] Chatzi, E. N., Smyth, A. W., & Masri, S. F. (2010). Experimental application of on-line parametric identification for nonlinear hysteretic systems with model uncertainty. *Structural Safety*, 32(5), 326–337.  
<https://doi.org/10.1016/j.strusafe.2010.03.008>
- [9] Zhu, X., & Lu, X. (2011). Parametric Identification of Bouc–Wen Model and Its Application in Mild Steel Damper Modeling. *Procedia Engineering*, 14, 318–324.  
<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2011.07.039>
- [10] Torres, L. (2006). Evonorm: Easy and effective implementation of estimation of distribution algorithms. *Advances in Computer Science and Engineering*, 23, 75.
- [11] Lin, C.-J., Lin, C.-R., Yu, S.-K., & Chen, C.-T. (2015). Hysteresis modeling and tracking control for a dual pneumatic artificial muscle system using Prandtl–Ishlinskii model. *Mechatronics: The Science of Intelligent Machines*, 28, 35–45.  
<https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2015.03.006>
- [12] Guerra Torres, C. (2016), Análisis y Síntesis de Mecanismos con Aplicaciones. *Patria*.
- [13] Zaman, M. A., & Sikder, U. (2015). Bouc–Wen hysteresis model identification using Modified Firefly. *Magnetism and Magnetic Materials*, 395, 229–233.  
<https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2015.07.080>