

Modelo simple para la introducción al análisis acústico del tambor de candombe.

Ismael Núñez Pereira ¹

Universidad de la República, Montevideo, Uruguay

Correo de contacto: inunez@fing.edu.uy

Resumen:

En el presente trabajo se muestra la utilidad de modelos simples como primera aproximación a la acústica de los instrumentos musicales, en este caso particular, al tambor de un solo parche (p. ej. el tambor de candombe). La exigencia para un modelo simple es que sus previsiones muestren un acuerdo razonable con los resultados experimentales, aunque no se le pide precisión cuantitativa. La idea es dejar la puerta abierta para complejizar luego el modelo en búsqueda de mejores ajustes con la experiencia. El logro de éxito con modelos sencillos redundará en una mejor motivación para iniciarse en el análisis de los temas de la acústica musical.

Palabras clave: modos normales de vibración, frecuencias propias.

Simple model for the introduction to the acoustic analysis of the candombe drum

Abstract:

In the present work, the usefulness of simple models as a first approximation to the acoustics of musical instruments is shown, in this case, to the drum of a single patch (e.g. the candombe drum). The requirement for a simple model is that it shows a reasonable agreement with the experimental results, although quantitative precision is not required. The idea is to leave the door open to further complicate the model in search of better adjustments with experience. The achievement of success with simple models will result in a better motivation to introduce in the analysis of the topics of musical acoustics.

Keywords: normal modes of vibration, normal frequencies.

Modelo simples para a introdução à análise acústica do tambor candombe

Resumo:

No presente trabalho, a utilidade de modelos simples como primeira abordagem à acústica de instrumentos musicais é mostrada, neste caso particular, ao tambor de um único patch (por exemplo, o candombe drum). A exigência de um modelo simples é que suas previsões mostrem uma concordância razoável com os resultados experimentais, embora a precisão quantitativa não seja necessária. A ideia é deixar a porta aberta para complicar ainda mais o modelo em busca de melhores ajustes com a experiência. A obtenção de sucesso com modelos simples resultará em uma melhor motivação para iniciar a análise dos tópicos de acústica musical.

Palavras-chave: modos normais de vibração, frequências próprias.

PACS: 43.75.Hi

¹  orcid.org/0000-0002-7275-1853

1. INTRODUCCIÓN

El análisis acústico exhaustivo de los instrumentos musicales suele ser una tarea de complicación matemática formidable. No obstante, las leyes básicas que regulan su funcionamiento no van más allá de la física elemental, esencialmente las leyes de Newton. Lo que complica la situación son las formas usualmente complejas de los instrumentos, con extensas partes vibrantes ligadas entre sí, así como los acoplamientos entre diversos materiales con diferentes propiedades elásticas. En todos los instrumentos musicales no solamente importan los modos normales de vibración del material que genera el sonido, sino su acoplamiento con el aire, el que, de últimas, es el medio por el cual el sonido llega al sensor (oídos, micrófonos, etc.).

Felizmente, la complejidad del modelado físico de un instrumento musical puede encararse gradualmente. Los modelos simples, que muestran una contrastación aceptable con los resultados experimentales, pueden ser complejizados luego para obtener mejores ajustes. La ventaja de esta situación es que se puede lograr un relativo éxito en los cursos de introducción a la acústica musical, sin necesidad de acudir a complicaciones matemáticas que pueden desmotivar a los estudiantes iniciados en el tema. Esta es la idea que se persigue en el presente trabajo.

2. EL MODELO PRIMARIO

La casi totalidad de los textos básicos, que contienen algún apartado sobre la acústica física de los instrumentos musicales, introducen modelizaciones más o menos simples de algunos instrumentos. El caso más común es el estudio de la cuerda vibrante, como iniciación a los instrumentos de cuerda (Resnick, R. & Halliday, D. & Krane, K., 2013; Hecht, E., 2000; Tipler, P. & Mosca, G., 2010). Este tipo de modelo básico es muy importante porque introduce la demostración de la existencia de modos normales de oscilación (Blackstock, D. T., 2000; Crawford, F. S., 1971). Éstos son consecuencias de la finitud del objeto fuente del sonido (cuerda, membrana, placa, aire, barra, etc.), por lo que lo denominamos generador primario del sonido.

El sonido musical que emerge del instrumento no tiene precisamente las frecuencias de los modos normales del generador primario. Aunque contiene

frecuencias muy próximas a ellas, además de otras frecuencias. Estas diferencias se deben al acoplamiento entre el generador primario y las otras partes del instrumento musical, esencialmente su caja de resonancia. Como ésta es también un cuerpo de extensión finita, tiene sus propios modos normales con sus correspondientes frecuencias. Cuando se ponen en contacto (se acoplan) dos sistemas oscilantes con diferentes frecuencias aparecen nuevas frecuencias del sistema (French, A. P., 1974; Crawford, F. S., 1971).

Modos normales de vibración de una membrana circular

El modelo primario generador de sonido en un tambor es una membrana circular homogénea, perfectamente elástica y con su borde fijo. De la abundante bibliografía (Kinsler, L. E. & Frey, A. R. & Coppens A. B & Sanders, J. V., 2000; Morse, P. M. & Ingard, K. U., 1986; Fletcher N. H. & Rossing, T. D., 1998) sabemos que las frecuencias de los modos normales de una membrana circular de radio a , densidad superficial de masa σ y sujeta a una tensión superficial uniforme T , están dadas por la expresión

$$f_{mn} = \frac{j_{mn}}{2\pi a} \sqrt{\frac{T}{\sigma}}, \quad (1)$$

Donde el par mn refiere a números enteros $m=0,1,2,\dots$, $n=1,2,3,\dots$. El número j_{mn} indica la raíz n -ésima de la función de Bessel J_m , cuyos valores se encuentran en tablas (Kinsler, L. E. & Frey, A. R. & Coppens A. B & Sanders, J. V., 2000, apéndice A5). Por ejemplo,

$$\begin{aligned} j_{01} &\approx 2.40, & j_{02} &\approx 5.52, & j_{03} &\approx 8.65 \dots \\ j_{11} &\approx 3.83, & j_{12} &\approx 7.02, & j_{13} &\approx 10.17 \dots \end{aligned} \quad (2)$$

Con estos resultados se pueden calcular las frecuencias con que puede vibrar la membrana de un tambor. Se observa que estas frecuencias no son múltiplos entre sí. Esto es, no son armónicos, contrariamente a lo que sucede en las cuerdas vibrantes.

3. ACOPLAMIENTO DE LA MEMBRANA CON EL AIRE

La siguiente etapa en el mejoramiento del modelo es la introducción del aire circundante a la membrana. Esto implica suponer todavía que el material de la caja es rígido y no aporta nuevas frecuencias a la acústica del problema.

Además, el aire tiene una doble participación. Por un lado, es excitado por la membrana para propagar el sonido (radiación). Esto impone una carga inercial adicional a la masa de la membrana, además de una resistencia acústica que disipa energía por radiación, dado que este punto de vista considera un volumen infinito de aire. Por otro lado, la masa de aire encerrada en la caja del instrumento se puede tratar como un elemento finito que tiene sus propios modos normales de vibración. Descartaremos el primer efecto y consideraremos solamente el acoplamiento de la membrana con el aire contenido en la caja del tambor.

Tambor de un parche

Hay estudios sobre el efecto del aire encerrado en el timbal (Kinsler, L. E. & Frey, A. R. & Coppens A. B. & Sanders, J. V., 2000). Se consideran las paredes de la caja como rígidas, de forma que las condiciones de frontera para el aire vibrante imponen desplazamiento nulo sobre las paredes. El aire del timbal aporta entonces un elemento de elasticidad al variar la presión con el movimiento de la membrana. Al comprimirse el aire encerrado aumenta la presión y recíprocamente. Este aumento de la “constante elástica” del modelo trae como consecuencia un aumento de las frecuencias de vibración de los modos simétricos de vibración de la membrana, fundamentalmente el modo 01.

Pero el tambor que nos ocupa acá no es el timbal, sino el tambor de candombe, o tamboril. Éste tiene un solo parche y el otro extremo es abierto. La experiencia indica que, al colocarle la caja al tambor, las frecuencias del sonido emitido notoriamente disminuyen en lugar de aumentar.

Un modelo simple que explica cualitativamente este comportamiento se ilustra en la figura 1. Este modelo es válido para los modos de menor frecuencia, de forma que la longitud del tambor es menor que media longitud de onda del sonido. Esta suposición permite considerar que los desplazamientos del aire en todo

lo largo del tambor están en fase con el movimiento de la membrana. Si consideramos el modo más bajo (01), la membrana oscila como se muestra en la figura. Entonces la masa efectiva movida por un elemento de área δS de la membrana no es solamente su masa δm_p , sino que arrastra una masa adicional δm_a de la columna de aire que se encuentra debajo. De ahí que la densidad efectiva que se debe utilizar en la ecuación (1) no es la de la membrana $\sigma = \delta m_p / \delta S$, sino que es mayor: $\sigma' = \delta m_p / \delta S + \delta m_a / \delta S$.

Como consecuencia, la frecuencia será menor a la correspondiente a la membrana sin caja. Esto explica el descenso en la frecuencia del modo fundamental de la membrana libre.

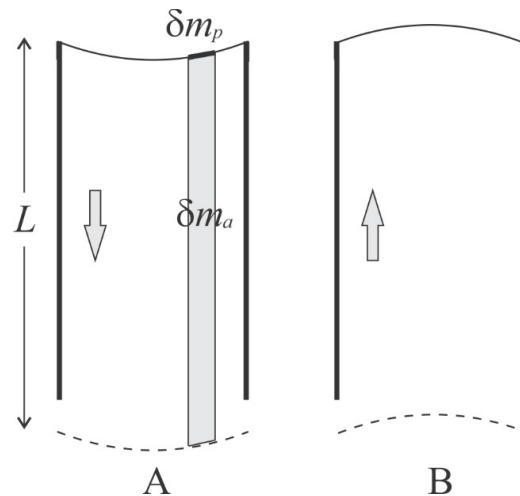


Figura 1. Modelo simple para el acoplamiento membrana-aire en el tambor de extremo libre.

4. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Una prueba fue hecha con una membrana de mylar tensa en el bastidor de un tamborín de 15 cm de diámetro, como se muestra en la fotografía de la figura 2. En estas condiciones se puede considerar como una membrana aislada (sin caja). Se la golpeó con la baqueta en el centro (con la finalidad de excitar principalmente el modo 01) y se registró el sonido.

A continuación, se acopló el bastidor con un tubo de PVC de 35 cm de longitud, como muestra la figura 3. Se volvió a golpear la membrana y se registró el sonido, en el cual se apreciaba una menor frecuencia dominante.



Figura 2. Membrana de mylar tensa en un bastidor circular de 15 cm de diámetro.



Figura 3. Membrana acoplada a un tubo de PVC de 35 cm de longitud

La comparación de ambos espectros se muestra en la figura 4, donde se observa un descenso de la frecuencia fundamental en unos 10 Hz cuando la membrana está acoplada al tubo abierto. La línea delgada corresponde a la membrana sola, en tanto que la línea gruesa es el espectro acústico de la membrana acoplada al tubo.

Cabe destacar que, en el experimento con el tubo, éste se realizó manteniendo el extremo inferior abierto. No como muestra la foto de la figura 3.

Es de notar que el tubo de PVC no cumple las condiciones de rigidez supuestas en la hipótesis. Por ello debemos de esperar un resultado más bien cualitativo.

5. CONCLUSIONES

El objetivo fundamental de este trabajo es mostrar que, a pesar de la complejidad involucrada en la modelización física de los instrumentos musicales, siempre es posible presentar modelos sencillos, aunque aproximados. La contrastación cuantitativa de las previsiones con los resultados del experimento (que acá no está presentada), permite evaluar qué tan lejos estamos con nuestro modelo y sus hipótesis. La finalidad de la construcción de modelos con paulatina complejidad es precisamente mostrar que uno se aproxima a la realidad, aunque sea paso a paso. Estas pequeñas satisfacciones intelectuales son de vital importancia cuando se pretende entusiasmar a los futuros investigadores en acústica (o en cualquier otra rama de la ciencia).

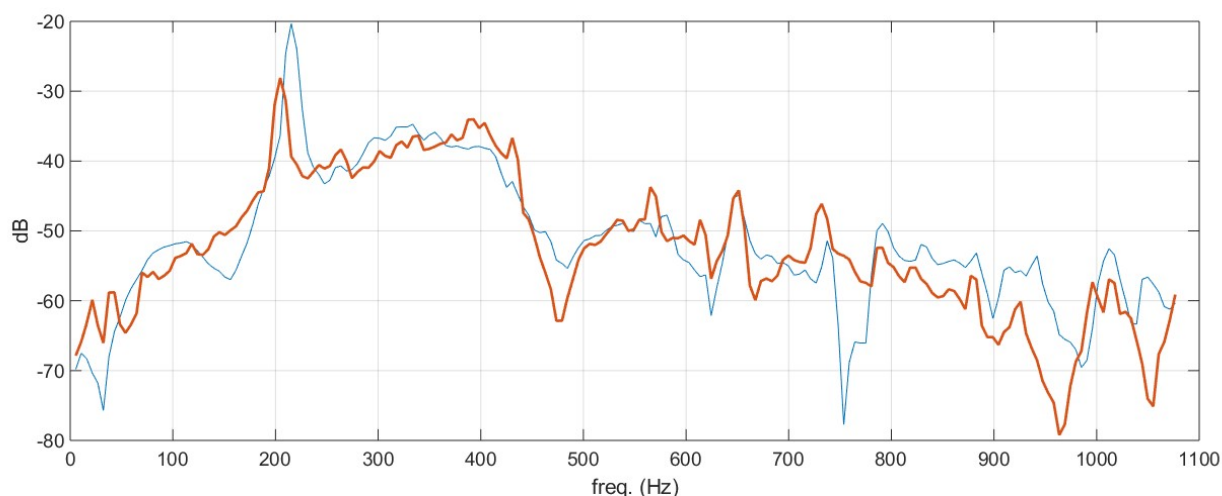


Figura 4. Espectros acústicos de la membrana sin el tubo (línea delgada) y acoplado al aire del tubo (línea gruesa)

REFERENCIAS

- Resnick, R. & Halliday, D. & Krane, K., 2013. *Física*, Vol. 1, 5ª. Edición, Grupo Editorial Patria, México.
- Hecht, E., 2000. *Física 1. Álgebra y trigonometría*, 2da. Edición, Thomson Editores. México.
- Tipler, P. & Mosca, G., 2010. Física para la ciencia y la tecnología, vol. 1, 6ta. Edición, Ed. Reverté.
- Blackstock, D. T., 2000. *Fundamentals of physical acoustics*, Chap. 6, Ed. John Wiley & Sons, Inc.
- Crawford, F. S., 1971. *Ondas. Berkeley physics course*, Vol.3, Ed. Reverté.
- French, A. P., 1974. *Vibraciones y ondas*. Ed. Reverté.
- Kinsler, L. E. & Frey, A. R. & Coppens A. B. & Sanders, J. V., 2000, *Fundamentals of Acoustics*, 4ta. Edition, Ed. John Wiley & Sons, Inc.
- Morse, P. M. & Ingard, K. U., 1986. *Theoretical Acoustics*, Princeton University Press.
- Fletcher N. H. & Rossing, T. D., 1998. *The Physics of Musical Instruments*, 2nd. Edition, Ed. Springer.